Matematica: geometria – area delle principali figure solide.

13) A parità di tutte le altre condizioni (materiale, rugosità, stato di pulizia, etc.) serve meno quantità di pittura per tinteggiare:

A) un cono (circolare retto) di altezza 1 metro e base di raggio 1 metro;

B) una sfera di raggio 1 metro;

C) un cubo di lato 1 metro;

D) una piramide avente tutte le facce che sono triangoli equilateri (tetraedro) di lato 1 metro;

E) un cilindro (circolare retto) di raggio 1 metro e di altezza 1 metro.

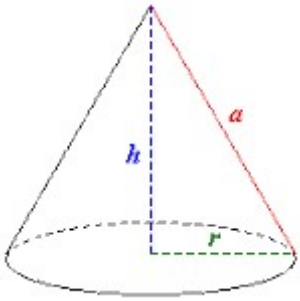
Innanzitutto, inquadriamo bene il problema: dobbiamo individuare la figura con meno superficie da tinteggiare. Quindi si parla di Area/Superficie e non di Volume (che potrebbe interessarci se dovessimo riempire la figura solida).

Poi vediamo se riusciamo ad escludere qualche risposta evidentemente sbagliata cercando di immaginarci e confrontando le figure: una sfera di raggio 1 metro è una figura certamente più ampia di un cubo di lato 1 metro – escludiamo la risposta B. Un cono (circolare retto) di altezza 1 metro e base di raggio 1 metro è certamente meno ampio di un cilindro (circolare retto) di raggio 1 metro e di altezza 1 metro – escludiamo la risposta E. Un cubo di lato 1 metro è evidentemente più ampio di una piramide avente tutte le facce che sono triangoli equilateri (tetraedro) di lato 1 metro – escludiamo la risposta C.

Restano le due alternative A e D... un cono di raggio 1 e una piramide avente tutte le facce che sono triangoli equilateri (tetraedro) di lato 1... anche qui è abbastanza evidente che il cono ha una dimensione molto più ampia della piramide.

Calcoliamo ora, analiticamente, l'area delle diverse figure...

Come si trova l'area del **cono**?



L'area della superficie totale di un cono è data dalla somma dell'area della superficie laterale e dell'area della superficie di base (della superficie del cerchio che forma la base del cono).

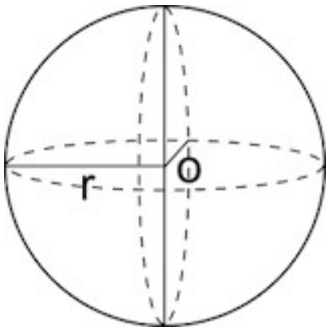
$\text{Superficie}_{\text{totale}} = \text{Superficie}_{\text{laterale}} + \text{Superficie}_{\text{di base (cerchio di base)}}$

L'area della **superficie laterale** di un cono si ottiene moltiplicando la lunghezza della circonferenza di base per la misura dell'apotema e dividendo tale prodotto per due: $S = \frac{2\pi r \cdot \sqrt{r^2+h^2}}{2}$, dove l'apotema è la lunghezza del lato obliquo del cono a = r 2 + h 2 (ovvero l'ipotenusa del triangolo rettangolo dalla cui rotazione attorno a uno dei due cateti si ottiene il cono stesso). Quindi la superficie laterale del cono in questione sarà pari a $S = \frac{2\pi r \cdot \sqrt{r^2+h^2}}{2}$; se r e h sono, entrambi, pari ad 1 metro, il risultato sarà pari a $\pi\sqrt{2}$.

L'area della **superficie del cerchio di base** sarà, banalmente, l'area del cerchio data dalla formula $S = \pi r^2$. Quindi la superficie laterale del cono in questione sarà pari a π.

$\text{Superficie}_{\text{totale}}$ $= \pi\sqrt{2} + \pi$ che equivale a circa **7,5 metri quadrati**.

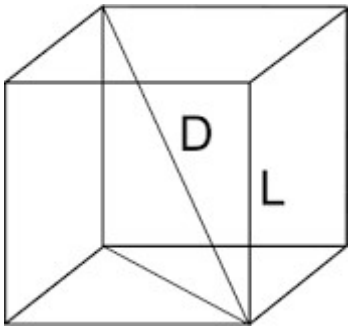
Come si trova l'area della **sfera**?



La superficie della sfera (o superficie sferica) è l'insieme dei punti equidistanti dal centro della sfera e con distanza pari al suo raggio; l'area della superficie sferica si calcola moltiplicando per 4π il quadrato della misura del raggio, ossia come $S = 4\pi r^2$.

Quindi la superficie della nostra sfera di raggio 1 sarà pari a $S = 4\pi$ che equivale a circa **12,50 metri quadrati**.

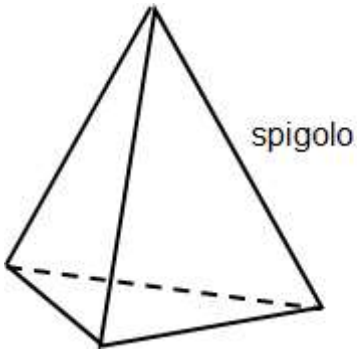
Come si trova l'area del **cubo**?



L'area del cubo si calcola come $S = 6L^2$, ossia moltiplicando il quadrato dello spigolo (lato) per 6, in quanto l'area della superficie totale del cubo è definita come somma delle aree delle sei facce del cubo.

Quindi la superficie del nostro cubo di lato 1 sarà pari a **6 metri quadrati**.

Come si trova l'area di una **piramide** avente tutte le facce che sono triangoli equilateri (tetraedro)?

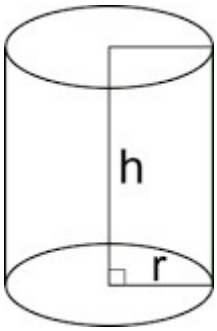


La superficie di una piramide avente tutte le facce che sono triangoli equilateri è notevolmente semplificata. Semplicemente sarà la somma delle rispettive superfici dei quattro triangoli che li compongono.

In sintesi $S = \sqrt{3} \cdot l^2$

Quindi la superficie della nostra piramide sarà pari a $\sqrt{3}$ che equivale a circa **1,70 metri quadrati**.

Come si trova l'area di un cilindro?



L'area della superficie totale di un cilindro è data dalla somma dell'area della superficie laterale e dell'area delle superfici di base (delle superfici dei due cerchi che formano la base e l'altezza del cilindro).

$$\text{Superficie}_{\text{totale}} = \text{Superficie}_{\text{laterale}} + \text{Superfici}_{\text{di base (cerchi di base)}}$$

Per cilindro circolare retto si intende un solido ottenuto dalla rotazione completa di un rettangolo intorno a una retta passante per un suo lato. La retta è detta asse del cilindro e la distanza tra l'asse e il lato opposto del rettangolo è il raggio del cilindro. Il cilindro risulta delimitato da due superfici circolari uguali, ciascuna delle quali prende il nome di base del cilindro, e da una superficie curva, detta superficie laterale. La distanza tra le due basi è detta altezza del cilindro.

Osservando un qualsiasi oggetto di forma cilindrica ti accorgerai che le basi superiore e inferiore sono uguali e hanno una forma circolare. Il primo passo per calcolare la superficie di un cilindro consiste quindi nel calcolare l'area delle due basi circolari che lo delimitano. Se conosci il raggio l'area di una base sarà pari a πr^2, quindi, nel nostro caso, pari a π. Le due basi avranno superficie pari a 2π.

Continuando ad osservare il cilindro potrai facilmente vedere che le due basi del solido sono collegate fra loro da una sezione circolare (rappresentata dal corpo del nostro cilindro). Il raggio della sezione cilindrica è identico a quello delle due basi e ci permetterà di calcolare la circonferenza della base pari a $2\pi r$, ovvero 2π (il raggio è pari ad 1) che, moltiplicato per l'altezza del cilindro, ci restituirà la superficie laterale del solido (la puoi vedere come un rettangolo di base pari alla circonferenza della base del cilindro e di altezza pari all'altezza del cilindro): $2\pi \cdot 1 = 2\pi$ che, aggiunta alla superficie delle due basi (2π) equivale a 4π, circa **12,56 metri quadrati**.

La risposta corretta è la **D**: a parità di tutte le altre condizioni (materiale, rugosità, stato di pulizia, etc.) serve meno quantità di pittura per tinteggiare una piramide avente tutte le facce che sono triangoli equilateri (tetraedro) di lato 1 metro.